

Краевое государственное автономное учреждение  
дополнительного профессионального образования  
«КАМЧАТСКИЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

Кафедра общего и профессионального образования

Методические рекомендации

Повышение качества подготовки выпускников к государственной итоговой  
аттестации по математике в 2017-2018 учебном году

*Е. Д. Ушкова, старший преподаватель кафедры  
общего и профессионального образования  
КГАУ ДПО «Камчатский институт развития образования»*

Петропавловск-Камчатский

2017

Настоящие рекомендации разработаны на основе анализа результатов ЕГЭ

по математике *КГАУ «Камчатский центр информатизации и оценки качества образования»* и методических рекомендаций для учителей, размещенных на сайте ФИПИ, подготовленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2017 года по математике для повышения качества подготовки обучающихся к итоговой аттестации и эффективности обучения математике. Анализ затруднений выпускников в освоении отдельных элементов содержания курса математики позволит в рамках учебного процесса организовать подготовку к ЕГЭ в 2018 году.

Распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506-р, принятым в соответствии с Указом Президента РФ от 07.05.2012 «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», утверждена Концепция развития математического образования в Российской Федерации, определяющая базовые принципы, цели, задачи и основные направления. Согласно Концепции, математическое образование должно, с одной стороны, «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе», с другой - «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.». Кроме того, «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

В число мер по реализации Концепции, принятых Приказом МОН РФ от 03.04.2014 г. № 265, входит «совершенствование системы государственной итоговой аттестации, завершающей освоение основных образовательных программ основного общего и среднего образования, по математике, разработка соответствующих контрольных измерительных материалов, обеспечивающих введение различных направлений изучения математики», то есть материалов,

предназначенных для различных целевых групп выпускников.

ЕГЭ по математике направлен на контроль сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике (2004 г). Варианты КИМ составлялись на основе кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения в 2017 году ЕГЭ по математике.

В 2017 году ЕГЭ по математике проводился на двух уровнях в третий раз. Участник экзамена имел право самостоятельно выбрать любой из уровней, либо оба уровня в зависимости от своих образовательных запросов, а также перспектив продолжения образования. Для поступления в высшее учебное заведение на специальность, где математика является одним из вступительных требований, абитуриент был должен выполнить экзаменационные требования на профильном уровне. Для поступления на специальности, не связанные с математикой, а также для получения аттестата о среднем полном образовании достаточно выполнения аттестационных требований на базовом уровне. Статистика выбора экзамена в основную волну показала более осмысленный выбор уровня экзамена выпускниками. В Камчатском крае по сравнению с 2016 годом отмечается уменьшение числа участников ЕГЭ по математике профильного уровня на 108 человек (в 2017 году – 1052 человека, в 2016 году – 1160 человек). По математике базового уровня произошло увеличение числа участников ЕГЭ на 36 человек (в 2017 году – 1315 человек, в 2016 году – 1279 человек). При общем сокращении числа выпускников Камчатского края, выбравших профильный уровень, выросла доля получивших 81-100 баллов. На диаграмме 1 представлены результаты выпускников, получивших 81-100 баллов за последние два года в сравнении с результатами по Российской Федерации в целом.

Диаграмма 1



Данные диаграммы говорят о более качественной подготовке школой обучающихся на специальности, где экзамен по математике является профильным.

В Камчатском крае 2017 году 100 баллов получили 2 участника экзамена по математике профильного уровня (в 2016 году 1 участник). Увеличилось количество выпускников, не преодолевших минимальный балл на 2,8%, однако и увеличилось количество участников набравших от 81 до 100 тестовых балла на 1,3%.

В 2017 году были установлены минимальные пороги: по математике профильного уровня - 27 тестовых баллов (6 первичных); по математике базового уровня 7 первичных баллов, соответствующие 3 баллам по пятибалльной шкале.

## КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КИМ ПО МАТЕМАТИКЕ

## **Профильный уровень**

Работа в 2017 году состояла из двух частей и содержала 19 заданий, позволяющих участникам экзамена продемонстрировать уровень освоения требований стандарта и готовность к продолжению образования в высших учебных заведениях на специальностях с различными уровнями требований по математике.

Часть 1 содержала 8 заданий (задания 1-8) с кратким числовым ответом, проверяющих наличие практических математических знаний и умений базового уровня.

Часть 2 содержала 11 заданий по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Из них четыре задания (задания 9-12) с кратким ответом и семь заданий (задания 13-19) с развёрнутым ответом.

Задания делятся на три тематических модуля «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия» и «Практико-ориентированные задания».

Задания 1, 2, 4 первой части и задания 10 и 17 второй части представляли практико-ориентированный модуль, включая задание на элементы курса теории вероятностей.

Задания 3, 6, 8 первой части, задания 14, 16 второй части - геометрические.

Задания 5, 7 первой части и задания 9, 11, 12, 13, 15, 18 и 19 второй части - это задания разного уровня сложности по алгебре и началам математического анализа, включая задания на составление математических моделей в виде уравнений или неравенств, а также задания по элементам математического анализа, призванные проверить базовые понятия математического анализа и умение применять стандартные алгоритмы при решении задач.

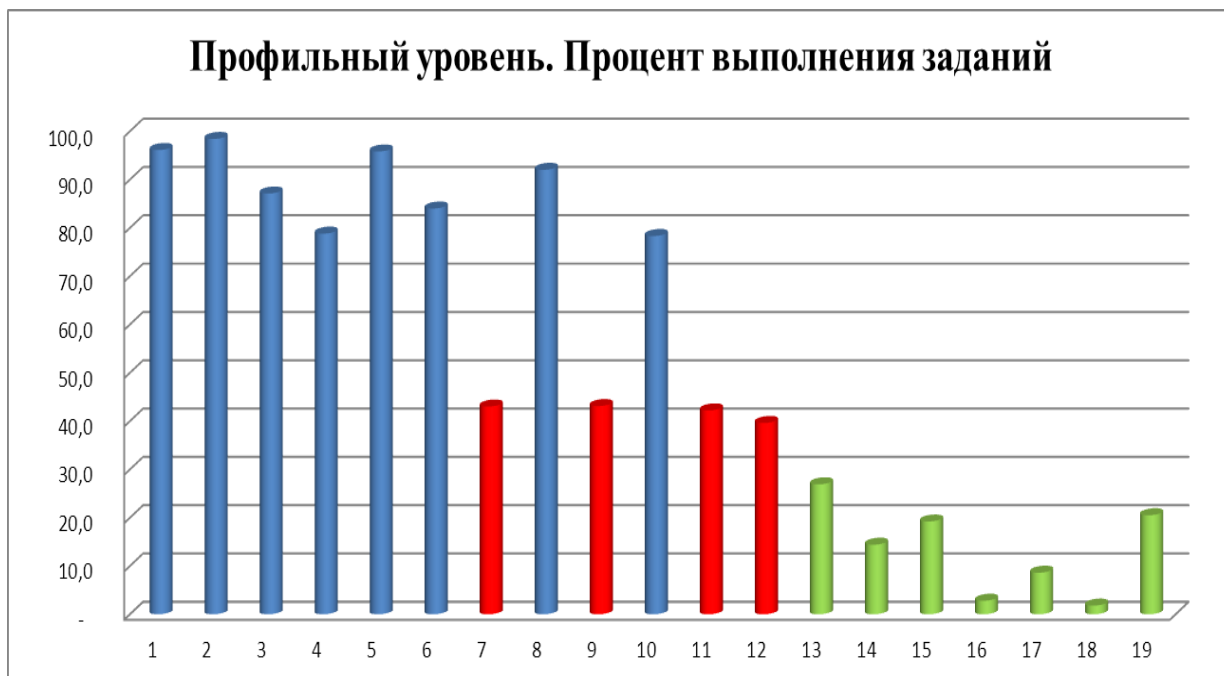
Экзаменационная работа сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий. По сравнению с моделью 2016 г. изменений нет.

### **Распределение заданий по частям экзаменационной работы**

Часть работы	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данной части от максимального первичного балла за всю работу, равно 32	Тип заданий
Часть 1	8	8	25	С кратким ответом
Часть 2	11	24	75	С кратким и развернутым ответом
Итого	19	32	100	

На диаграмме 2 показан процент выполнения заданий профильного уровня.

Диаграмма 2

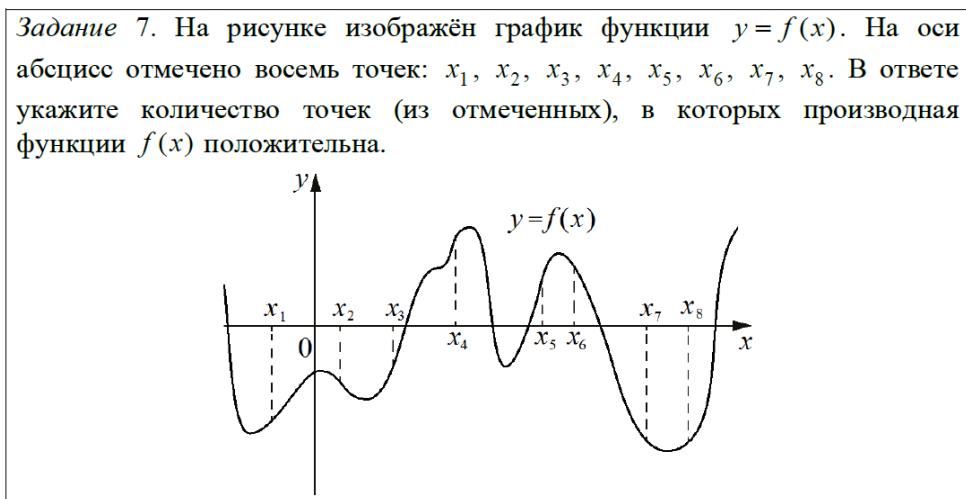


Высокие показатели продемонстрированы при решении 1, 2, 3, 5, 6, 8 заданий (выше 84%), показатели выше среднего балла при решении задачи № 4 (78,8%), что свидетельствует о сформированности у участников экзамена базовых математических компетенций за курс математики основной и средней общеобразовательной школы. Эти задания проверяли умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; выполнять действия с геометрическими фигурами на плоскости и в пространстве; решать уравнения.

Успешность выполнения заданий базового уровня сложности составляет в среднем от 43,6 до 98,4%. По-прежнему значительные трудности вызывают базовые задания по математическому анализу. Учащиеся, не набравшие минимального количества баллов, имели наибольшие затруднения с заданиями базового уровня № 3, № 4, № 6, № 7, № 8, решая в среднем от 2,7% до 44%. Для учащихся, набравших хорошее и отличное количество баллов, имелись затруднения только в задании № 7, 77,2% выпускников, набравших от 60 до 80

баллов, справились с этим заданием и 86% учащихся, набравших от 81 до 100 баллов.

Задание 7, с которым выпускники справились хуже всего, проверяло умение выполнять действия с функциями - применение производной к исследованию функции. Пример такого задания приведен ниже.



Типичные ошибки связаны в первую очередь с невнимательным чтением условия - участники указывали количество точек, в которых значение функции положительно, пытались перечислить номера точек, в которых производная принимает положительные значения.

Успешность выполнения заданий повышенного уровня сложности (№№ 9 - 12) составляет 39,6 - 78,3%. Наилучшие показатели при осуществлении практических расчетов по формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции. Трудности вызывают задания на вычисление производной и первообразной элементарных функций, на исследование в простейших случаях функции на монотонность, на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции, на преобразование тригонометрических выражений и при решении практических задач. Выпускники, не набравшие минимального количества баллов, имели относительные успехи только в задании № 10 (процент выполнения 17,3), справившись с остальными от 1,3% до 2,7%. Выпускники, набравшие от 60 до 80 баллов и от 81 до 100 баллов, в основном успешно



справились с этой группой заданий, выполнив от 76 % до 98,5% и от 83,7% до 100% соответственно.

Анализ результатов выполнения заданий с развернутым ответом повышенного (№ 13 - №17) уровня сложности и высокого (№ 18, № 19) уровня сложности показал, что процент решаемости этих заданий находится в границах – 1,8 – 26,9%. Низкий процент решаемости заданий № 14, № 16, № 17 и № 18 свидетельствует об отсутствии сформированных знаний и умений, необходимых для решения этих заданий. Плохая решаемость задания № 19 показывает отсутствие умения работать с текстом, математически грамотно описывать свои мысли и решения. Ниже приведен анализ основных ошибок, допущенных участниками ЕГЭ при решении задач с развернутым ответом.

Выпускники, не набравшие минимального количества баллов, ожидаемо не справились ни с одним заданием этой группы. Выпускники, набравшие от 60 до 80 баллов, показали лучшие результаты в задачах № 13 и № 15 (решаемость от 51,7% до 71,9%), причем, получали значительно чаще полный балл, чем при решении геометрических и текстовых задач, за которые, в основном - 1 балл. Задания высокого уровня сложности давались им гораздо труднее (решаемость от 2,2% до 35,1%), что соответствует заявленному характеру заданий.

Учащиеся, набравшие от 81 до 100 баллов, очень хорошо справились с задачами № 13, № 14, № 15, № 17 и № 19, показав от 86,1% до 97,7% решаемости, однако планиметрическая задача вызвала трудности и только чуть больше половины учащихся (53,5%) имеет по ней положительный балл. С задачей № 18 высокого уровня сложности справилось 28% этих учащихся, закономерно показав результат, требующий высокого уровня подготовки и математическую грамотность изложения решений, что характерно для будущих студентов ведущих ВУЗов.

Определим наиболее характерные ошибки заданий №№13-19.

Задача № 13. Типичные ошибки: неправильное определение ОДЗ логарифмического уравнения, вычислительные ошибки при решении квадратного уравнения, оставление посторонних корней. При выполнении

второго пункта участники экзамена продемонстрировали неумение или небрежность отбора корней (с помощью тригонометрической окружности). Несколько выпускников пытались применить метод декомпозиции для решения этого уравнения. Причины допускаемых ошибок: отсутствие твердых знаний основных понятий, определений и формул, слабые вычислительные навыки, отсутствие привычки обосновывать решение.

Задача № 14. Основной проблемой оказалось выполнение первого пункта. Участники экзамена продемонстрировали неумение доказывать, непонимание взаимосвязи элементов геометрической конструкции, очень часто встречались ошибки в теоретических фактах. Типичные ошибки: в первой части большинство участников экзамена не смогло явно сформулировать и применить теорему о трех перпендикулярах. У выпускников не сформированы понятия «наклонная», «проекция», многие использовали теорему Пифагора, чтобы получить длины отрезков и показать, что нужный отрезок является не только медианой и высотой. Во второй части чаще всего ошибались в формуле объема пирамиды.

Задача № 15. Типичные ошибки связаны с невнимательным чтением математической записи неравенства, непониманием алгоритма решения совокупностей и систем логарифмических неравенств. Очень много ошибок было допущено участниками экзамена при решении дробно-рационального неравенства: домножились обе части неравенства на знаменатели, являющиеся знакопеременными функциями, много ошибок вычислительного характера в преобразованиях. Следует отметить небрежность, которая была во многих работах, при изображении множеств на координатной прямой. Группа учащихся, применявших «обобщенный метод интервалов» продемонстрировала формальное понимание метода: решение давалось без каких-либо пояснений, вместо неравенства рассматривалось уравнение, корни которого сразу записывались и ответ без малейших пояснений и обоснований, допущены ошибки в расстановке знаков на промежутках.

Задача № 16. Это задание выполнялось значительно хуже заданий высокого уровня сложности (17 и 19). Типичные ошибки связаны в первую очередь с неверным пониманием логики построения доказательства. При выполнении задания второго пункта участники допускали ошибки в отношении площадей подобных фигур или не считали нужным доказывать (пояснять) геометрические факты конструкции, используемые в решение. Особо следует отметить большое количество разного рода ошибок, допущенных участниками при построении чертежа.

Задача № 17. Типичные ошибки связаны в первую очередь с неверным составлением модели задачи (непонимание взаимосвязи величин) и вычислительными ошибками. Выпускники без анализа и исследования ситуации применяли сразу готовую формулу для нахождения искомых величин, упрощали условие, заменяя предложенную задачу на задачу другого типа. Многие, получив ответ, не оценили его правильность, несмотря на то, что получены результаты, явно противоречащие условиям и здравому смыслу. Но, в целом, показатель выполнения этого задания хороший, что особенно важно с учетом того, что значительная часть специальностей, на которые требуется профильная математика, носит практико-ориентированную, с тем числе экономическую или финансовую направленность.

Задача № 18. Для успешного выполнения необходим, кроме прочных математических знаний, также высокий уровень математической культуры, которая формируется в течение периода обучения по программе профильного уровня. Основной проблемой в решении этого задания оказалось применение графического метода решения, который, как показали работы участников экзамена, недостаточно сформирован при обучении математике - без объяснений и обоснований на координатной плоскости отмечаются какие-то графики, какие-то множества, и считывается множество значений параметра (иногда совпадающее с искомым). О недостаточной сформированности решения графическим методом свидетельствует и тот факт, что было много работ, в

которых на координатной плоскости обозначено, в том числе верно, много объектов, а ответа на поставленный вопрос так и не последовало.

Задача № 19. Первый пункт выполнили те, кто прочитал условие, понял закономерности, попробовал исследовать несколько примеров, а потом обобщить полученный результат. Типичным заблуждением для многих оказалось, что на вопрос «Может ли?» нужно давать аргументированное решение, а не ответ «да» или «нет». Типичные ошибки: в первой части – при составлении примеров не учитывалось условие, что все задуманные числа будут присутствовать в последовательности. Не смогли математически грамотно сформулировать обоснование невозможности примера в пункте б), часто приводили только примеры чисел, из которых нельзя получить данную последовательность. В пункте в) часто не видели, сколько вариантов удовлетворяют условию задачи, приводя оценку и пример для одного случая.

### **Базовый уровень**

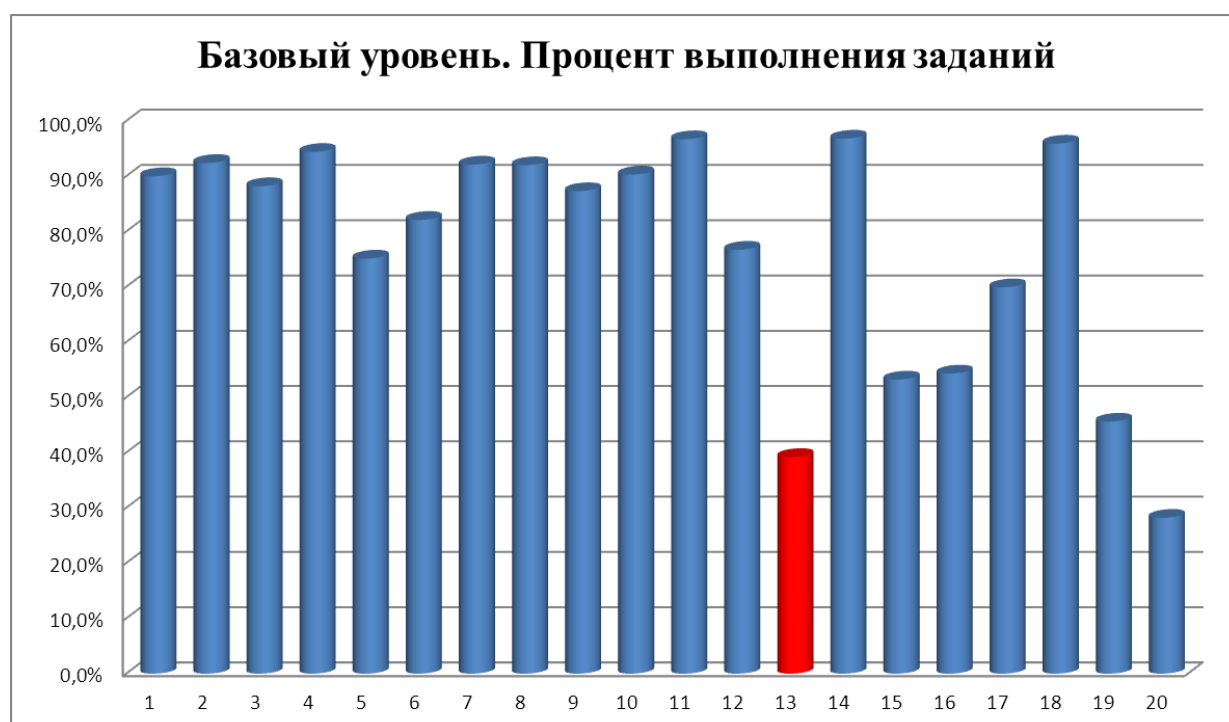
КИМ ЕГЭ базового уровня по математике содержит 20 заданий с кратким ответом, проверяющих освоение базовых умений и навыков применения математических знаний на практике. Содержание и структура работы дают возможность полно проверить комплекс умений и навыков по предмету: использование приобретённых знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни; выполнение вычислений и преобразований; решение уравнений и неравенств; выполнение действий с функциями; выполнение действий с геометрическими фигурами; построение и исследование математической модели.

В работу включены задания по всем основным разделам предметных требований ФК ГОС: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика. Часть заданий имеют выраженную практическую направленность; часть заданий предназначена для проверки логических навыков.

Варианты КИМ ЕГЭ по математике базового уровня в 2017 г. по сравнению с 2016 годом содержательно не менялись. Формирование вариантов производится с помощью открытого банка заданий, что облегчает подготовку и понимание уровня предъявляемых требований. Демонстрационный вариант и спецификация работы остались в 2017 году без изменений.

На диаграмме 3 представлен процент решаемости заданий выпускниками Камчатского края, выбравшими базовый уровень.

Диаграмма 3



Результаты говорят о сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике (2004 г). В то же время средняя решаемость заданий № 13, № 15, № 16, № 19, № 20 находится в пределах от 13,4% до 39,1% (у выпускников, получивших отметку «4»). Участники ЕГЭ, не набравшие проходного балла, затруднялись во всех задачах (кроме № 1, № 3, № 11, № 14 и № 18, где решаемость находится в границах от 60% до 80%). Для учащихся, получивших отметку «5», затруднения вызвали задачи № 13 и № 20, в которых в среднем процент выполнения был от 50,1% до 65%.

Результаты ЕГЭ по математике в 2017 году показали, что основные компоненты содержания обучения математике на базовом уровне сложности осваивает большинство выпускников Камчатского края, и это дает основание считать подготовку по математике в регионе в целом удовлетворительной. Выпускники показали (в той или иной степени): умения использовать приобретенные знания в практической деятельности и повседневной жизни; выполнять действия с геометрическими фигурами; исследовать простейшие математические модели; решать уравнения; выполнять вычисления и преобразования; выполнять действия с функциями.

Анализ результатов ЕГЭ по математике в 2017 году позволяет сделать выводы о том, что экзаменуемые испытывают затруднения при выполнении заданий базового уровня сложности, проверяющих умения решать простейшие стереометрические задачи, сопоставлять числа с точками на координатной прямой, устанавливать соответствие между неравенствами и их решениями, использовать признаки делимости, решать практические задачи, требующие логических рассуждений.

Проблемы в математическом образовании выпускников, не набравших минимального балла, во многом связаны с плохим освоением курса математики основной и даже начальной школы.

Использование в КИМ ЕГЭ практико-ориентированных заданий способствует выявлению и оценке качества имеющихся у участников ЕГЭ общекультурных и коммуникативных математических умений, необходимых человеку в современном обществе. Именно эти задания оказались наиболее успешно решаемыми выпускниками (решаемость находится в границах от 78,3% до 98,4%). Вместе с тем сохраняются неудовлетворительные результаты выполнения некоторых практико-ориентированных заданий значительной частью выпускников, это требует существенной корректировки методики преподавания математики в основной и средней школе.

## **РЕКОМЕНДАЦИИ**

Совершенствование методики преподавания математики в Камчатском крае должно включать в себя следующие направления деятельности:

1. Анализ результатов ЕГЭ 2017 года:

- на уровне учителя с выделением затруднений при выполнении отдельных заданий экзаменационной работы, выяснением возможных причин (как объективных, так и субъективных) недостаточно высокого уровня подготовки учащихся;

- на уровне каждой образовательной организации с определением причин методических затруднений педагогов и определением направлений методической работы по совершенствованию профессионального мастерства педагогических кадров в рамках образовательной организации, мер по совершенствованию образовательного процесса и выделением проблем, требующих методического сопровождения извне.

2. Необходимость перехода на разноуровневое математическое образование, когда обучающемуся предоставляется возможность выбора того уровня математических знаний, который потребуется ему в дальнейшей учебной деятельности и в жизни:

•Первый уровень, необходимый для успешной жизни в современном обществе.

•Второй уровень, необходимый для прикладного использования математики в дальнейшей учебе и профессиональной деятельности.

•Третий уровень – подготовка к творческой работе в математике и смежных научных областях.

Для каждого уровня необходимо сформулировать примерное содержание математического образования в виде общедоступных баз учебных и контрольных заданий.

3. Для эффективной реализации программы уровневого обучения необходим мониторинг индивидуальных учебных траекторий учащихся начиная с первого года обучения.

4. Совершенствование организации учебного процесса в образовательной

организации с целью эффективного усвоения обучающимися изучаемого учебного материала во всех классах, для чего:

- планировать деятельность учащихся на уроках в соответствии с основными требованиями, предъявляемыми к результатам обучения по образовательным программам основного общего и среднего общего образования;

- организовывать образовательный процесс на уроках на основе системно-деятельностного подхода, обеспечивая формирование у школьников универсальных учебных действий;

- обеспечивать дифференцированный подход к обучающимся, следить за усвоением всеми обучающимися минимума содержания на базовом уровне;

- обеспечивать индивидуализацию процесса обучения;

- при планировании уроков выделять резерв времени для повторения и закрепления наиболее значимых и сложных тем учебного предмета;

- с целью своевременного контроля усвоения обучающимися учебной программы, уровня овладения умениями и навыками, а также формирования умения выполнять тестовые задания, проводить текущие мониторинги и другие виды контроля качества знаний, включая задания ЕГЭ для решения их на уроке и дома. Успешное прохождение государственной итоговой аттестации всецело зависит от полноценного и глубокого изучения всего программного материала.

Курс алгебры позволяет сформировать культуру вычислений и преобразований, без уверенного выполнения которых затруднено решение любых других математических задач.

При изучении геометрии следует повышать наглядность преподавания, уделять больше внимания изображению геометрических фигур, формированию конструктивных умений и навыков, применению геометрических знаний для решения практических задач.

При изучении начал математического анализа следует уделять больше внимания пониманию основных идей и базовых понятий анализа (геометрический смысл производной и др.), практико-ориентированным приложениям, связанным с исследованием функций.



Изучение теории вероятностей и статистики следует вести с расчетом на практическое применение.

На сайте ФИПИ (<http://www.fipi.ru>) всегда размещаются необходимые нормативные, аналитические, учебно-методические и информационные материалы, которые могут быть использованы при организации учебного процесса и подготовке учащихся к ЕГЭ:

- документы, регламентирующие разработку КИМ ЕГЭ по математике;
- учебно-методические материалы для членов и председателей региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом;
- методические письма прошлых лет;
- обучающая компьютерная программа «Эксперт ЕГЭ»;
- открытый банк математических задач (<http://www.mathege.ru>)